DIFFÉRENTES APPROCHES DE L'ÉCHEC EN MATHÉMATIQUES

Toufic ROUMI

Chargé d'enseignement à la FGMN
Université Saint-Joseph de Beyrouth
toufic.roumi@usj.edu.lb

RÉSUMÉ

Les causes de l'échec en mathématiques sont nombreuses. Les difficultés les plus marquantes sont celles liées à la langue utilisée dans l'enseignement de la matière, celles du langage mathématique lui-même et celles dues à l'abstraction. Ces difficultés s'articulent autour des relations entre les trois pôles du système didactique, le maître, l'élève et le savoir. Les études ont montré qu'il y a une corrélation entre les méthodes d'enseignement et l'échec en mathématiques. Les sources des erreurs commises par les élèves lors des interrogations peuvent être identifiées. La remédiation de ces erreurs est possible pour réduire le taux d'échec en mathématiques.

ABSTRACT

The causes of failure in mathematics are numerous. The most significant difficulties are related to the language which is used to teach mathematics, the difficulties of the mathematical language itself and those stemming from abstraction. They revolve around the relationships between the three poles of the educational system, the teacher, the student and knowledge. Studies have shown that there is a correlation between the educational methods and the rate of failure in mathematics. The sources of the mistakes made by students can be identified. The remediation of these errors is possible to reduce the rate of failure in mathematics.

Mots-clés
Echec – Erreurs – Remédiation –Elève – Motivation – Langage.

INTRODUCTION

L'échec en mathématiques est fréquent. Au début de chaque rentrée scolaire, on peut voir des élèves se demander s'ils ne seront pas « barrés à cause des math ». Sans doute le problème n'est pas neuf. C'est une idée reçue qu'en mathématiques, une science exacte, l'échec est plus fréquent qu'ailleurs et plus visible car, quand on est par exemple devant une équation, soit on la résout, soit pas. Devant cette évidence, s'établit une sorte de consensus entre l'enseignant, l'élève et les parents pour admettre la situation d'échec mais c'est l'élève seul qui échoue, l'enseignant et les parents étant à l'abri de toute critique.

Il n'est pas facile de traiter de l'échec en mathématiques. Il faut acquérir un minimum d'expérience pour que l'enseignant puisse commencer à identifier tout ce qui ne passe pas chez les élèves. L'identification des difficultés suit généralement deux directions. La première est l'enseignement des mathématiques. C'est celle qui est la plus souvent adoptée. Elle relève de trois aspects : les difficultés liées à la compréhension de la langue utilisée dans l'enseignement des mathématiques, celles liées à l'abstraction dans le contenu enseigné et celles attribuées au niveau de l'élève. Sur ce dernier point, on peut citer les travaux de EUCHLIN et BACHER (1) qui ont fait passer un test de normalité des connaissances mathématiques à 10.000 élèves de troisième (EB9). La différence entre la moyenne de la classe la plus forte et celle de la classe la plus faible était de 31 points et cela sur un total de 44 points. On pourrait donc dire que l'élève, considéré comme en difficulté dans la classe la plus forte, serait brillant dans la classe la plus faible. Le diagnostic d'échec renvoie à des normes et ces normes ne sont pas toujours explicitées ni justifiées : la note prise par l'élève reflète-t-elle son vrai niveau ? Un élève ou même un étudiant universitaire considéré comme en difficulté devant un enseignant qui a posé des sujets d'examens plus ou moins *«difficiles » est-il aussi en difficulté devant* l'enseignant qui a posé des sujets d'examens plus ou moins « faciles » ? Peut-on rédiger un sujet d'examen de façon que l'élève puisse avoir une note qui reflète bien son vrai niveau ?

Une deuxième approche consiste à mettre en accusation soit l'enseignement, soit le syst*ème scolaire*. A un premier niveau, l'enseignement des mathématiques, malgré les méthodes actives reste dogmatique et ce dogmatisme est comme celui du « vous voyez bien que c'est comme ça ». A un deuxième niveau, l'insuffisance des moyens bloque toute évolution. Les classes surchargées et l'incomplète formation des enseignants sont les causes principales de l'échec en mathématiques. Il est évident que l'enseignement dans une classe de cinquante étudiants n'est pas le même que l'enseignement dans une classe de trente. Enfin à un troisième niveau, le système scolaire ou universitaire assume une fonction de sélection.

Les deux approches « enseignement » *et* « système » *s'opposent radicalement.* Dans la première, les mathématiques occupent le premier plan, et dans la deuxième, c'est de l'échec scolaire dont il est question. Mais pourquoi certains élèves réussissent-ils d’autres matières et pas les mathématiques ? Que signifient ces échecs que BEAUVAIX appelle électifs ? (2). Pourquoi les mathématiques sont en train de prendre la première place parmi les critères de *sélection des élites ?*

On constate qu’entre ces deux approches, il existe un vide théorique. D’où la controverse entre certains responsables de l’éducation et des enseignants aux prises avec les réalités quotidiennes de la classe. L’école est une instance d’orientation-sélection. C’est aussi un lieu où se transmet un certain type d’informations. Quelles relations y a–t-il entre ces deux fonctions ? L’approche « *enseignement* » s’intéresse à l’échec ponctuel. L’approche « *système* » parle de l’échec durable. Reste à savoir comment un échec ponctuel, ou une série d’échecs ponctuels, peut ou peuvent se transformer en un *échec durable (3).* Pour répondre à ces questions, il est possible de se placer sur un plan qui n’est ni celui de la discipline enseignée, ni celui du système enseignant, mais celui du sujet enseigné. Il y a donc place pour une troisième approche, l’approche *« élève » ou « étudiant ».* Dans cette perspective s’inscrivent des travaux recourant à des techniques expérimentales éprouvées. Ils offrent une plus grande rigueur que les travaux inspirés par les deux premières approches.

L’objectif de ce travail est d’exposer des travaux inspirés de l’approche *« enseignement »*, qui est parfois difficilement accessible, puis de voir si l’on peut réduire autant que possible le taux d’échec en mathématiques. Les approches « *système* » et *« étudiant »*, seront abordées à la fin de cette étude.

Pour ce, nous nous pencherons d’abord sur les types de difficultés retenues par l’approche « *enseignement* ». La deuxième partie porte sur la subjectivité de l’évaluation de la capacité de l’apprenant. Enfin, nous exposerons les types de difficultés en référence au système didactique qui met en relation l’élève, le maître et le savoir. Tout au long de notre travail, certaines solutions, pour remédier aux erreurs fréquentes commises par les élèves et les étudiants, seront proposées.

I. LES TYPES DE DIFFICULTÉS DANS L’APPROCHE ENSEIGNEMENT

1.1 Difficultés langagières

Il est fréquent de dire que parmi les difficultés rencontrées en mathématiques, on rencontre des difficultés liées à la compréhension de la langue utilisée pour enseigner les mathématiques. Soulignons tout d’abord que la maîtrise de la langue française, par exemple, passe par les cinq compétences incontournables qui doivent être assurées par l’enseignant de la langue française : la capacité à lire et à comprendre les textes, la qualité de l’expression écrite, la maîtrise de l’expression orale, l’apprentissage de l’orthographe et de la grammaire et enfin l’enrichissement du vocabulaire. Ainsi, il est presque impossible d’apprendre des mathématiques si l’on ne sait pas lire et écrire correctement la langue utilisée dans l’enseignement, si l’on a un vocabulaire très restreint et si toutes les nuances nous échappent (5).

Selon Claire Polin de SOS éducation, les écoles primaires en France forment 20% d'illettrés complets à la fin du CM2 (EB5), ce chiffre monte à 58% dans les banlieues sensibles. Donc 20% arrivent en sixième sans savoir ni lire ni compter. Un grand nombre de bacheliers (le taux de réussite au bac français est de 88,5%) sont incapables d'écrire une phrase simple sans fautes et de faire une multiplication à un chiffre de tête (21).

Ces compétences linguistiques ne sont pas suffisantes car, en mathématiques, il ne suffit pas de comprendre « en gros » comme la lecture d'un journal, (sauf peut-être en EB1 où l'élève apprend à lire les nombres en gros avant d'apprendre à lire les lettres correspondantes, par exemple le « x » dans le mot « dix » est appris après que l'enfant apprenne le nombre 10). La signification de chaque mot compte, y compris les mots techniques ; certaines expressions ne doivent pas être confondues avec d'autres qui en sont voisines. On peut citer, en guise d'exemple, la confusion entre « probabilité d'observer moins que trois absences » et « probabilité d'observer au moins trois absences » *même chez les étudiants d'université*.

Il est à noter également que certains manuels scolaires de mathématiques, adressés aux classes primaires, exigent des compétences linguistiques que l'élève n'aura l'occasion d'acquérir, avec l'enseignement du français si c'est le français qui est utilisé, qu'en classe supérieure. L'enseignant des mathématiques doit donc repérer toutes ces difficultés langagières et les expliquer aux élèves de la manière la plus claire possible. A noter qu'au brevet officiel libanais, tous les mots ou expressions linguistiques utilisés dans le sujet d'examen de mathématiques doivent être pris du livre officiel de mathématiques adopté à ce niveau.

1.2 Difficultés du langage mathématique

En mathématiques, il existe des symboles, des formules et des dénominations complexes tels que *: « logarithme népérien de 5 » ; « pgcd » ; « intégrales »...*Il est naturel qu'on a parfois l'impression que c'est une langue étrangère à apprendre, exactement comme si l'on apprend l'allemand ou l'espagnol. Les mathématiques reposent sur un langage qui a ses codes, sa sémantique et sa syntaxe.

Il résulte qu'un grand nombre d'élèves comprend mal le sens de certains termes, interprète mal un énoncé, décode mal les graphiques, ne reconnaît pas des formes équivalentes (comme par exemple 1/8 et 0,125), fait des erreurs de syntaxe dans les écritures symboliques, etc. (6)
DE SERRES et GROLEAU (7) ont montré que le langage mathématique est formé de trois langages différents, le langage naturel, le langage graphique et le langage symbolique, et que chacun de ces trois langages a sa propre structure donc sa propre source d'erreurs.

1.2.1 Les erreurs de syntaxe en mathématiques

Pour que les élèves maîtrisent la syntaxe, il est nécessaire que l'enseignement intervienne sur les trois langages déjà cités. Le langage mathématique doit être connu à travers ses codes, ses dénominations, son vocabulaire et la structure de ses éléments.

En ce qui concerne le langage naturel, beaucoup d'erreurs sont commises par les élèves à cause de :

- l'inversion du sujet et du complément dans une proposition : 24 est un diviseur de 3 car 3 divise 24 ;
- la structure de l'énoncé : lorsqu'il s'agit de « Montrer que ABC est un triangle rectangle pour une valeur du paramètre « m » à déterminer », pour un certain nombre d'élèves « ABC est un triangle rectangle » est une conclusion et non une hypothèse et par suite on n'a pas le droit d'appliquer le théorème de Pythagore pour trouver la valeur de m ; ou encore, lorsqu'il s'agit de « Démontrer qu'un quadrilatère ABCD est un parallélogramme si ses diagonales se coupent en leur milieu », des élèves peuvent sûrement confondre entre la donnée et la question.

Il est également difficile de maîtriser le langage graphique. Par exemple : dans un graphique, en disant aux élèves « le point x » au lieu du « point d'abscisse x », les enseignants font un abus de langage qui conduit, chez les élèves, à un changement du sens du symbole « x » qui désigne alors le point lui-même et non son abscisse. L'erreur syntaxique commise après avoir omis le complément déterminatif « d'abscisse » conduit à une erreur sémantique. De même, il faut que l'élève comprenne la différence entre «minimum égal à 5 » qui signifie que son ordonnée est égale à 5 et « minimum d'abscisse 5 ». Ainsi, il est conseillé aux enseignants d'éviter les abus de langage et de corriger les erreurs syntaxiques commises par les élèves afin de ne plus tomber dans ce genre d'erreurs.

- Dans le langage symbolique, les erreurs sont nombreuses à cause de :
  la mauvaise compréhension de la nature des symboles : par exemple, à l'université, une bonne partie des élèves ne fait pas la distinction entre x^n et a^x et applique la même formule de dérivée (nx^{n-1} et xa^{x-1} au lieu de $a^x \ln a$) pour ces deux expressions.
- l'incapacité à faire l'analyse syntaxique d'une équation : par exemple, 95% des élèves reconnaissent que $y = a\,x + b$ est l'équation d'une droite dans le plan cartésien, mais dans une classe universitaire, 35% seulement ont reconnu que $u\,x + v\,y + w = 0$ est aussi l'équation d'une droite. Ainsi, les élèves croient que le même objet graphique n'est décrit symboliquement que d'une seule façon. Pour l'enseignant, il est évident que x^n et a^x sont deux expressions différentes et que $y= a\,x + b$ et $a\,x -y + b=0$ sont deux équations équivalentes : il faut quand même se rendre compte que cela n'est pas aussi évident pour les élèves ; il faudrait donc que le concept de variable et de constante soit bien acquis et que l'enseignant aide les élèves à savoir faire l'analyse syntaxique des équations.

- l'oubli des parenthèses : par exemple, pour multiplier 4x+5 par 6 ou 4 par – 3, des élèves écrivent 4x+5 x 6 et 4 – 3 au lieu de (4x+5) 6 et 4 x (–3). Ainsi, l'oubli des parenthèses, bien qu'il soit considéré par la plupart des enseignants comme une négligence ou un manque d'attention, est bien parfois le reflet d'un manque de maîtrise de la syntaxe symbolique.
- la traduction d'un énoncé mathématique en langage symbolique : par exemple, « il y a deux fois plus de faces que de piles dans le jet de plusieurs pièces » est transcrit par certains élèves 2 x F = P au lieu de 2 x P = F (8).
- la lecture graphique : par exemple, « une courbe d'équation $f(x) = ax^2 + b x + c$ passe par le point A (2 ; –3) » veut dire pour certains élèves qu'il faut remplacer x par 2 mais pas f(x) par – 3 vu qu'il y a une confusion entre f(x) et un point de la courbe, alors que f(x) représente l'ordonnée du point d'abscisse x sur la courbe. Dans un test de dépistage, seulement 24% des élèves ont donné une représentation graphique correcte d'une expression telle que f(x2) – f(x1).

1.2.2 Univocité des noms et des dénotations

Le discours mathématique développe un certain nombre de théories. Ces théories sont décrites (et ne sont pas, à proprement parler, écrites) ce qui exige l'intervention de concept ayant un statut supérieur, métathéorique.

Sur le plan linguistique, nous trouvons une articulation comparable. Théories et métathéories sont exprimées à travers des codes. Mais parler de ces codes suppose le recours à un métalangage. Ainsi on remarque que :

- les signes qui expriment les concepts de la métathéorie (déduire, équation, variable, montrer, démontrer, établir…) ne sont pas définis dans le discours et rien ne dit qu'ils soient univoques ;
- une théorie donnée peut souvent s'exprimer à travers plusieurs codes. On a ainsi un phénomène de synonymie : deux signifiants distincts peuvent correspondre au même signifié (9). Par exemple 3/5 et 0,6 désignent le même nombre, exprimé dans le code « fraction » et dans le code « nombre à virgule » qui est lié à la théorie des décimaux. Mais pas mal d'élèves vont dire que 3/5 est une fraction et ne disent pas que c'est un nombre décimal. Ainsi, un code spécifique d'une théorie peut faire obstacle à l'identification des objets de la théorie qui ne sont pas exprimés par lui ;
- plusieurs théories peuvent s'exprimer à travers un seul code. On a ainsi un phénomène d'homonymie : un seul signifiant peut correspondre à deux signifiés. Prenons par exemple les deux énoncés suivants :

  3/5 est la solution de l'équation 5x – 3 = 0 (énoncé A).
  3/5 est irréductible (énoncé B).

  Dans l'énoncé A on peut remplacer 3/5 par 0,6 mais pas dans l'énoncé B. Le signifié présent dans l'énoncé B n'est autre que le signe qui est présent dans l’énoncé A. Comme l’a écrit J. ADDA (9) « ces difficultés ont ceci de quasi-diabolique qu’elles ne peuvent, par nature, être explicitées sans se transformer et se compliquer. Si l’on veut traiter séparément, pour les distinguer, un objet et sa désignation, on est obligé de parler de l’objet (en le désignant) et de la désignation de l’objet (en la désignant), ce qui introduit deux nouveaux êtres… ».

- en situation pédagogique, on utilise deux canaux : la parole et l’écriture au tableau. Or, ce qui est dit fonctionne comme métalangage à l’égard de ce qui est écrit. On peut voir cela dans la phrase « faisons passer le x dans le membre à gauche » où le signifié de x est bien le signe exprimé au tableau (puisque droite et gauche n’ont pas de réalité mathématique).

1.3 L’abstrait et le concret

En mathématiques, les notions de partition et de relation d’équivalence sont indissociables. Il n’en est pas de même par rapport à l’élève : on sait que dès sept ans, les enfants peuvent facilement partitionner et repartitionner. Par contre, il faudra attendre jusqu’à 14 ans avant qu’ils accèdent à la notion-sœur de la relation d’équivalence. BARUK (3) conteste vigoureusement qu’on puisse, à partir de manipulations du type classement, redécouvrir la relation d’équivalence. Mais comment expliquer une telle distance entre deux notions mathématiques pratiquement synonymes ? Cela n’est possible que si l’on considère les mathématiques non comme un corpus de connaissances à parcourir, mais comme une activité opératoire. Alors, il apparaît que partition et relation d’équivalence n’ont pas du tout la même fonction.

La partition est un outil descriptif qui se suffit à lui-même. Rien ne sert à dégager la relation d’équivalence correspondante. La notion de relation d’équivalence a pour fonction de produire des partitions qui n’étaient pas accessibles à l’intuition immédiate. Elle ouvre l’exploration de l’ensemble des partitions. Elle désigne un nouvel objet, l’ensemble quotient, qui se révèlera plus simple. Ainsi la relation d’équivalence amorce des opérations qui sont, dans la terminologie de PIAGET, des opérations formelles (opérations sur des opérations concrètes) (10).

L’opposition concret/abstrait amalgame des problématiques complètement différentes : parfois d’une opposition située au niveau logique comme dans équivalence/partition, parfois d’un écart sémantique. Observons pour cela les trois exercices suivants :

Exercice 1 : Samir dit à Mona : « j’ai 40 $ de plus que toi ». Si nous réunissons notre argent, nous aurions ensemble 100 $.

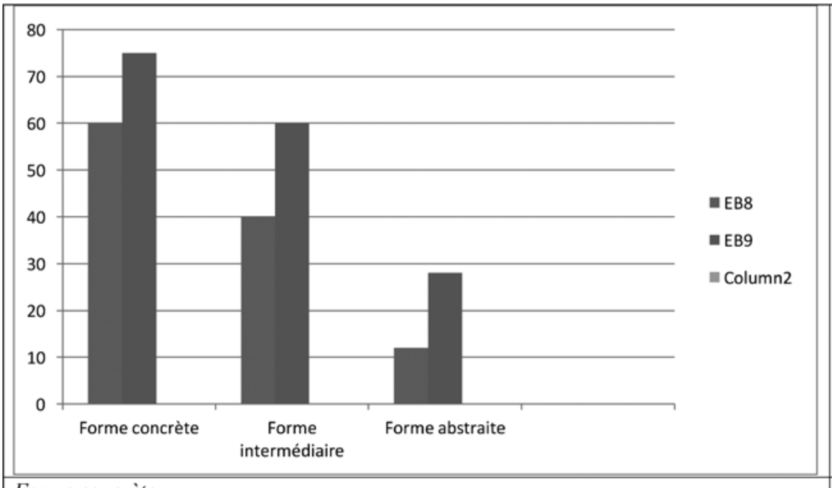
Quelle somme d’argent possède Samir et quelle somme d’argent possède Mona ?

Exercice 2 : Calculer deux nombres sachant que si on les additionne, on trouve 100 et que si l’on soustrait le plus petit du plus grand, on obtient 40.

Exercice 3 : Calculer deux nombres connaissant leur somme et leur différence.

On voit que la forme du premier exercice est concrète, celle du second est intermédiaire et celle du troisième est abstraite.

Les pourcentages de réussite enregistrés sont les suivants :



	EB8	*EB9*
Forme concrète	*60*	*75*
Forme intermédiaire	*40*	*60*
Forme abstraite	*12*	*28*

Certains élèves ont des difficultés à abstraire. Ils n'arrivent pas à comprendre et à utiliser une notion mathématique si elle n'est pas attachée à une situation concrète. A la question, « A quoi est égal 5 – 2 ? », un petit enfant n'a pas su répondre. Mais à la question « Tu as 5 billes. Tu donnes 2 billes à ton frère. Combien de billes te reste-t-il ? », ce même enfant n'a eu aucune difficulté à répondre correctement.

Les enseignants des classes du cycle 1 et du cycle 2 partent de situations concrètes pour expliquer de nouvelles notions mathématiques. En revanche, très peu d'enseignants des classes du cycle 3 utilisent des situations de manipulation lors des séances d'apprentissage. D'où les questions suivantes qui pourraient se poser :

- Est-il important de permettre aux élèves de garder contact avec le réel et de réfléchir à partir de situations concrètes, même lorsqu'ils sont à l'université et qu'il s'agisse de notions mathématiques abstraites ?
- Ou bien, comment l'enseignant peut mettre des situations de manipulation, adaptées aux processus cognitifs des élèves, dans les apprentissages en mathématiques pour que les élèves entrent dans l'abstraction et ce, à partir des classes du cycle 3 ? (11).

1.3.1 Garder contact avec le réel

L’enseignant doit, avant tout, savoir distinguer entre langage concret (fenêtre, table…) et langage abstrait (liberté, beauté…). B.M.BARTH ajoute que « toute réalité est interprétée par nous et tout langage est une abstraction même s’il se réfère à un objet matériel comme la voiture » (12).

Si, dans une classe, pas mal d’élèves du secondaire ou d’universitaires comprennent mieux les concepts lorsqu’ils sont rattachés à des situations concrètes, alors dans ce cas, l’enseignant doit s’appuyer à des exemples concrets pour faire comprendre ces concepts. On remarque qu’une bonne partie d’enseignants bien formés, utilise toujours le concret dans ses explications. Est-il conseillé de le faire toujours ?

1.3.2. Passage à l’abstraction

On sait qu’il y a trois phases pour passer du concret à l’abstrait et cela à partir des petites classes : l’observation, la représentation mentale et l’abstraction.

Dans la phase d’observation, l’enfant doit, dès le cycle 3, pouvoir observer, explorer, percevoir par le sens, comparer, contraster, faire des hypothèses, manipuler les objets, … Dans la phase de la représentation mentale, l’enfant transforme l’action en image mentale. La manipulation d’après BRUNER devient petit à petit une image mentale. L’enfant saura, par exemple, suite à une activité de tri d’objets (différencier par exemple des pavés droits et des cubes), se représenter mentalement la classe des cubes même si les caractéristiques spécifiques ne sont pas encore connues. Il faudrait donc multiplier les exemples et les contre-exemples afin que l’enfant soit « capable de définir une classe ou abstraire c’est-à-dire à pouvoir reconnaître des exemples inconnus d’une classe et pouvoir dire pourquoi ils constituent des exemples de cette classe » (12).

I.3.3. L’abstraction

Cette phase correspond au mode symbolique. L’image mentale est transformée en représentation abstraite c’est-à-dire en symbole.

Ainsi, il est nécessaire de proposer aux élèves du cycle 3 une approche par les sens, par la manipulation d’objets, puis de se référer et de revenir à cette manipulation pour construire une image mentale et enfin de transformer cette image mentale en abstraction, c’est-à-dire en symbole.

Pour faire réussir ce passage à l’abstrait :

- L’enseignant doit être conscient que la langue est un outil pour accéder à un mode de pensée abstraite. Donc pour passer à l’abstrait, il peut laisser les enfants s’exprimer verbalement et décrire leur pensée. Le fait de décrire une action aide l’élève à mieux se représenter mentalement cette action puis facilement la transformer en symbole. Avec une interaction verbale, les élèves peuvent découvrir eux-mêmes les caractéristiques d’un concept en cours d’acquisition ;

- Comme, selon PIAGET, l'enfant du cycle 3 est au stade des opérations concrètes, donc à ce stade, l'enseignant aidera l'enfant à réaliser des classifications, des sériations, des correspondances, des combinaisons… et cela en présence d'objets. Après ces classifications, l'enfant comprendra facilement les caractéristiques. Il pourra grouper les objets selon leurs caractéristiques et sera capable d'identifier les propriétés d'un concept. La capacité à classer est importante pour parvenir à l'abstraction ;
- L'enseignant doit varier les activités et les techniques d'enseignement pour satisfaire à trois genres d'élèves. Les images naissent des sens, particulièrement des sens auditifs, visuels et kinesthésiques (12). Ainsi, pour arriver au cerveau et se transformer en pensée abstraite, l'information peut emprunter trois voies pour atteindre :
  - les visuels qui sont plus à l'aise avec des documents picturaux et écrits et réussissent mieux dans l'évaluation écrite ;
  - les auditifs qui sont plus performants dans la conversation, avec du matériel sonore et des explications orales ;
  - les kinesthésiques qui préfèrent manipuler, agir et expérimenter et qui se font plus facilement des images mentales à partir du toucher et de la manipulation.

II. LES PROBLÈMES D'ÉVALUATION

2.1 Le sujet d'examen

Un élève a subi un contrôle de mathématiques formé de quatre exercices avec un barème global de cinq points pour chaque exercice. Sa copie a été photocopiée et distribuée à trente enseignants, travaillant avec le Centre National de Recherches Scientifiques (CNRS), dans le but de la faire corriger par chacun d'entre eux à part. Comme il n'y avait pas de micro-barème, la note de cet élève a varié entre 4 et 14 sur 20, avec une moyenne de 8 et un écart-type de 3.

Nous remarquons que le niveau de l'élève en mathématiques n'est pas indépendant de l'enseignant. La note de cet élève n'a pas vraiment reflété son niveau. Les critères d'évaluation ne sont pas unifiés. L'enseignant peut être « coulant » et donner presque la note entière à l'élève qui commet une erreur minime, « sévère » et barrer la réponse pour la moindre erreur et enfin « strict » et corriger à partir d'un micro-barème attribué à chaque savoir-faire ou objectif d'enseignement servant à trouver la réponse à chaque question. Dans ce cas, l'enseignant peut juger, par exemple, que l'élève sait soustraire mais n'a pas acquis le sens de la soustraction, sait identifier les nombres décimaux mais ne sait pas comment les comparer, oublie toujours les retenues dans l'addition, ne sait pas utiliser la proportionnalité, … Ainsi pour chaque savoir ou savoir-faire demandé au programme, l'enseignant peut détecter s'il est acquis ou non par l'élève et peut le conseiller à travailler davantage sur les compétences ou objectifs non acquis.

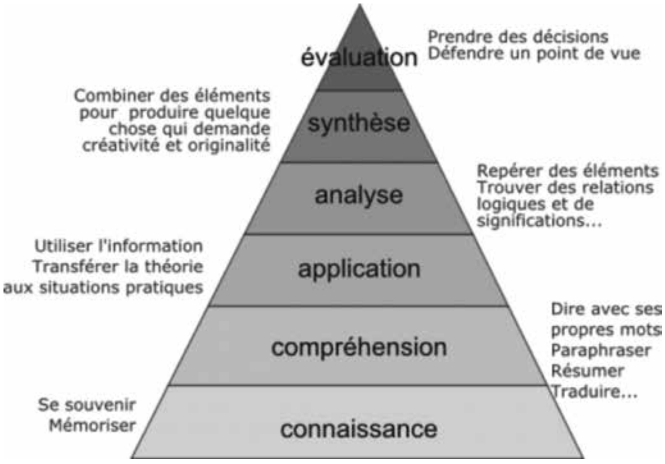
Notons que les pratiques pédagogiques se réfèrent à une approche par contenus, par objectifs ou par compétences (Figure 1). Pour l'approche par contenus, qui considère que l'enseignement est un ensemble de chapitres à enseigner, l'évaluation consiste à sélectionner certains contenus parmi les chapitres enseignés. En fait, ce sont les niveaux N1 et N2 de la taxonomie de BLOOM (acquisition des connaissances, c'est le savoir).

Pour l'approche par objectifs, qui considère que l'enseignement est un ensemble de comportements observables qui sont à développer chez les élèves, l'évaluation consiste à prélever un échantillon de questions répondant à quelques objectifs. En fait, c'est le niveau N3 de la taxonomie de BLOOM (application des connaissances. C'est le savoir-faire).

Pour l'approche par compétences, qui considère que l'enseignement « cherche à développer la possibilité par les apprenants de mobiliser un ensemble intégré de ressources pour résoudre une situation problème appartenant à une famille de situations, l'évaluation consiste à proposer des situations complexes appartenant à la famille des situations définie par la compétence qui nécessite de la part de l'élève une production complexe pour résoudre la situation. En fait, ce sont les niveaux N4, N5 et N6 de la taxonomie de BLOOM (synthèse).

Ainsi, pour que la note de l'élève reflète son niveau, l'enseignant est conseillé de rédiger un sujet d'examen (ou récitation, contrôle…) qui doit renfermer des questions d'acquisition des connaissances, des questions d'application des connaissances et des questions de synthèse et cela d'une manière équilibrée. En même temps, le sujet doit intégrer, autant que possible, les trois domaines : arithmétique ou algèbre, géométrie et communication (voir annexe explicatif (2).

Figure 1. Taxonomie BLOOM



Par ailleurs, le choix de l'ouvrage de référence est important et doit renfermer des exercices recouvrant les trois domaines ainsi que les niveaux d'enseignement de BLOOM. L'enseignant doit entraîner les élèves à ces genres d'exercices avant de faire des évaluations sommatives.

Dans certains pays, il y a une grille nationale d'évaluation pour évaluer les élèves selon leurs connaissances, leurs capacités ou compétences et leurs attitudes (annexe 1). Au Liban, le CNRS a émis pour chaque classe une liste de « savoir-faire » pour l'évaluation de l'élève aux examens de son école et aux examens officiels (annexe 2).

2.2 La nature des erreurs

Il est évident que lorsqu'un élève ne prend pas la note entière à une question posée, c'est qu'il a commis au moins une erreur. L'erreur peut être :

- une erreur d'inattention, c'est-à-dire que l'élève sait comment trouver la réponse exacte mais il a commis une erreur appelée aussi erreur de distraction. L'erreur provient soit du fait qu'il a mal lu ou mal copié la donnée et, dans ce cas, l'enseignant l'aide à s'habituer à lire lentement et attentivement cette donnée et de s'assurer qu'il a relevé correctement les informations ; soit qu'il a commis une erreur de calcul et qu'il peut la corriger tout seul après avoir révisé sa réponse. Ainsi le taux des erreurs d'inattention peut être réduit en entraînant l'élève à savoir bien lire la donnée, à bien la comprendre et l'analyser puis à réviser sa production pour s'assurer qu'il n'y a plus d'erreurs.
- une omission, ce qui signifie que l'erreur peut ne pas être forcément une erreur, comme par exemple le cas des démonstrations en géométrie. L'élève peut avoir bien démontré que les deux triangles sont égaux d'après le deuxième cas d'égalité des triangles quelconques, mais sans citer l'énoncé de ce deuxième cas. L'élève est sanctionné chez certains enseignants. Ici, intervient le contrat didactique entre élève et enseignant. Il faut respecter ce contrat en attendant que les enseignants se mettent d'accord sur une évaluation claire, commune et basée sur des critères précis. Il en est de même pour les rédactions des solutions des problèmes et pour les constructions des figures géométriques.
- une erreur de principe (ou erreur de logique), comme par exemple $0{,}3 + 0{,}7 = 0{,}10$. C'est ce genre d'erreurs et leurs sources qu'il faut étudier puis essayer d'y remédier.

BRISSIAUD (15) a montré, à l'aide d'exemples précis, comment se construisent de fausses représentations mathématiques et que, pour les élèves de trois ans en PS, apprendre les nombres c'est apprendre à compter les objets. A la question « Apporte-moi trois objets », certains élèves éprouvent une résistance. Le dialogue suivant est aussi fréquent avec des enfants de trois ou quatre ans :

Enseignant ; Combien y-a-t-il de jouets ?
Elève : (en comptant les jouets) Un, deux, trois.
Enseignant : Oui, alors combien y-a-t-il de jouets ?
Elève : (recompte les jouets) Un, deux, trois.

On remarque, à partir de cet exemple, que l’enfant sait compter, mais il ne sait pas compter les objets. Dès qu’il entend « combien », il compte tout en restant incapable d’exploiter ce comptage pour exprimer la quantité (15). La confusion entre cardinal et ordinal est une lacune qui peut durer quelques années si l’on ne procède pas à la remédiation. Ainsi, au lieu du comptage d’objets, on pourrait parler de trois jouets, il y a un jouet ici, un jouet là et un jouet là ou bien il y a 2 jouets là et un jouet là (3 = 1+1+1 ou 3 = 2+1), et donc de l’utilisation du nombre fondée sur sa « signification cardinale ».

Même à l’université, à la question « On jette un dé. Donner l’ensemble des résultats possibles », on répond par 6. Est-ce toujours une mauvaise concentration quant à la lecture de la question posée ou est-ce une confusion entre « ensemble et son cardinal » ?

L’élève qui écrit 0,3 + 0,7 = 0,10 ou 2,5 + 4,8 = 6,13 ou $2{,}5^2 = 4{,}25$ a une conception erronée des nombres décimaux. Pour lui, un décimal est formé de deux nombres entiers séparés par une virgule et sur lesquels on agit séparément. D’après VERGNAUD (17), cet élève utilise des verbes d’action, des « théorèmes en actes » compatibles avec la fausse conception : « pour additionner (ou multiplier) deux décimaux, on additionne (ou on multiplie) séparément les parties entières et les parties décimales ». Si, par hasard, en classe on fait l’exercice 0,4 x 0,4 = 0,16 et 2,3 + 4,5 = 6,8, cette conception sera perçue par l’élève comme étant correcte et il lui serait très difficile de dépasser l’erreur. Une intervention différenciée ou collective est quand même possible : l’enseignant peut trouver des activités nécessaires pour que les élèves comprennent la bonne signification des nombres décimaux ainsi que les opérations sur ces nombres et ensuite corriger les exercices que les élèves ont mal fait en classe.

En résolvant l’équation x2 = 3, on écrit x = $\sqrt{3}$ ou x = $-\sqrt{3}$. Elevons au carré, on obtient x = 3. Ainsi 3 est une solution de l’équation proposée. Ici, on peut détecter facilement la source de l’erreur : en classe, quand on est devant une équation de la forme $\sqrt{x-1} = 3$, l’enseignant habitue ses élèves à « élever au carré afin d’enlever le symbole du radical ». On remarque que certains enseignants n’expliquent pas tout ce qui est évident pour eux (parfois cela provient du vieillissement du métier) et ne précisent pas que, pour élever au carré, il faut élever les deux membres de l’égalité proposée au carré.

Les élèves acquièrent parfois des règles qu’ils ont tendance à répéter dans toutes les situations. L’élève doit comprendre qu’il y a des limites à ne pas dépasser :

(ab)2 =a2b2 n'est pas prolongeable à (a + b)2 = a2 + b2 ; $[\frac{6}{4} = \frac{9}{6}]$ n'est pas

prolongeable à une simplification par 6 pour donner $[\ \frac{1}{4} = \frac{9}{1}\ ]$.

Autre exemple d'erreur : « Jean vient de jouer une partie de billes. Il a gagné 6 billes pendant cette partie. A la fin de la partie, il a 18 billes. Combien avait-il de billes au début de la partie ? ».

« Vincent joue deux parties de billes. Au cours de la première partie, il gagne 8 billes. Puis il joue une deuxième partie. Après ces deux parties, il remarque qu'il a perdu en tout deux billes. Que s'est-il passé à la deuxième partie ? » (17). Certains élèves associent au mot gain l'addition 6+18 et au mot perte la soustraction 8 – 2. On voit que l'enseignement par recettes (tête vide) peut parfois ne pas laisser les élèves réfléchir et bien comprendre les concepts tandis que la méthode constructiviste permet aux élèves de réfléchir et de découvrir eux-mêmes les concepts ainsi que leurs domaines d'application.

III. LES TROIS PÔLES DU SYSTÈME DIDACTIQUE

L'analyse des causes de l'échec en mathématiques peut être conduite en référence au système didactique avec ses troispôles : maître, élève, savoir et les relations binaires et ternaire qui les relient : Elève-savoir, Maître-élève, Maître-savoir, Maître-élève-savoir.

3.1 Elève-savoir

Sans doute, la mauvaise organisation du travail est liée à l'échec en mathématiques. Une bonne partie des élèves n'étudient que lorsqu'il y a un contrôle ou une récitation à faire. Le travail non régulier conduit les élèves à un risque de confondre parfois entre les concepts (par exemple, dérivées et primitives ; valeur acquise et valeur actuelle,…) ou bien entre les définitions (par exemple, produit scalaire, produit vectoriel). Dans ce cas, les erreurs s'aggravent ainsi que les mauvaises notes. Il vaut mieux travailler régulièrement car il s'agit d'une continuité d'informations et de savoirs cumulatifs, et s'entraîner exactement comme dans la musique et la danse.

De plus, on a remarqué qu'en lisant les mathématiques (cours et exercices), on peut assimiler le savoir, mais on sera probablement confronté à des difficultés dans la production de ce savoir (dans les interrogations), d'où les basses notes dans les contrôles. Ainsi, il est vivement conseillé de « travailler » les mathématiques.
Par ailleurs, sur l'axe élève-savoir, il y a aussi l'apprentissage et les stratégies d'apprentissage de la part de l'élève. Parmi ces stratégies, il y a les stratégies cognitives qui consistent à organiser les connaissances, à prendre des notes, à analyser. Il y a aussi les stratégies de mémorisation, qui consistent à réviser, créer

des images et associations mentales, et les stratégies métacognitives, qui sont liées à l’apprentissage, la focalisation, l’organisation, la planification et l’auto évaluation (18).

3.2 Maître-élève

Ici intervient le contrat didactique introduit par Brousseau et qui est l’ensemble des comportements de l’enseignant qui sont attendus de l’élève et l’ensemble des comportements de l’élève qui sont attendus de l’enseignant (19).

Ce contrat est une aide pour l’enseignant car cela lui permet d’interpréter les réponses des élèves qui sont un signe d’apprentissage. Mais chaque enseignement d’un nouveau savoir provoque des ruptures du contrat par rapport à des notions apprises avant. En effet, l’enseignement de la géométrie en classe d’EB6 consiste à faire des dessins et à mesurer les distances et les angles à l’aide des instruments de géométrie. Puis, en classe d’EB7, l’élève devra passer à l’abstraction et utiliser des propriétés géométriques pour trouver (sans mesure) les distances et les angles. Ce changement de contrat est un obstacle pour certains élèves qui peut être source de difficultés et d’échecs. Le rôle de l’enseignant est d’essayer d’aider l’élève à dépasser les anciennes connaissances (et c’est peut être difficile à réaliser) et de les remplacer par de nouvelles. Il faut gérer la rupture du contrat dans l’enseignement des nouveaux concepts tout en clarifiant la nature des difficultés auxquelles se heurtent les élèves et en élaborant une mise en scène destinée à donner du sens au nouveau savoir ou savoir-faire.

3.3 Maître-savoir

Dans l’acte didactique, l’enseignant, en un certain sens, part des savoirs à enseigner et aboutit à un certain état de ses élèves, l’état n’est pas celui qu’il aurait voulu. Il est rare que les résultats des élèves soient aussi bons que l’enseignant l’aurait souhaité. Donc, la source et le but ne sont pas de même nature et les savoirs ne sont pas entièrement assimilés par l’élève. Le savoir reçu n’est pas seulement un morceau du savoir à enseigner ; c’est quelque chose de différent et ça contient des erreurs et des incompréhensions (20). Tous les enseignants doivent se rendre compte que le message envoyé par eux est peut être tout à fait différent du message reçu par l’élève.

On sait que la transmission du savoir se fait par un déversement de ce savoir (tête vide à remplir) ou par un enseignement par objectifs (découpage du savoir en des savoirs élémentaires) ou par la méthode constructiviste (interaction pour construire le savoir). Dans le premier cas, la responsabilité de l’erreur est renvoyée à l’élève qui n’a pas bien écouté l’enseignant et qui n’a pas pu produire le modèle enseigné. Il faut alors encourager l’élève à travailler davantage, réétudier les explications et multiplier les exercices d’entraînement et les problèmes.

Dans le deuxième cas, en passant par des étapes intermédiaires pour passer d’un état de connaissance à un autre, on peut distinguer plusieurs niveaux d’erreurs :

- Erreurs d'acquisition et de compréhension des connaissances déclaratives (savoirs). Ce sont les niveaux N1 et N2 de la taxonomie de BLOOM. Dans ce cas l'élève est conseillé de réétudier les définitions et les règles afin de bien les comprendre ;
- Erreurs d'applications des connaissances procédurales (savoir-faire). C'est le niveau N3. Dans ce cas, il faut préparer une liste d'exercices échelonnés ;
- Erreurs de logique et de raisonnement. Ce sont les niveaux N4, N5 et N6. Dans ce cas, on multipliera les problèmes types tout en expliquant une démarche pour les questions fermées ou ouvertes et pour les questions de synthèse.

Dans le troisième cas, il est vrai que l'erreur est minime mais elle provient d'une incertitude ou d'une connaissance qui se révèle fausse. Dans ce cas, l'enseignant doit analyser la source de l'erreur pour la rectifier.

3.4 Maître-élève-savoir

C'est une relation très étroite entre les trois pôles du système didactique. Pour réduire le taux d'échec en mathématiques, on a besoin parfois d'ajuster le programme de math et de bien l'étaler sur les années d'étude tout en augmentant progressivement le nombre et le volet d'exercices. Pour qu'une notion soit bien assimilée, comme objet et comme outil dans la résolution d'un exercice, il faudra lui consacrer le temps nécessaire.

IV. SYSTÈME SCOLAIRE OU UNIVERSITAIRE

Il assume une fonction de sélection. L'échec n'est donc pas fortuit : il est dans la nature du système qu'il y ait des élus et des réprouvés, quel que soit le niveau médian des performances objectives. Des écoles exigent une moyenne générale de douze sur vingt à l'élève pour monter de classe. D'autres écoles exigent une moyenne de douze sur les matières scientifiques pour que l'élève puisse choisir une classe scientifique. Pourquoi des universités sont classées meilleures que d'autres vis-à-vis le niveau de leurs étudiants ainsi que de leur sélection ?

D'autre part l'insuffisance des moyens bloque toute évolution. Les classes surchargées, l'incomplète formation des enseignants sont les causes principales de l'échec.

Le recrutement d'enseignants avec une moyenne de cinq sur vingt sans les former pourra causer sans doute l'échec. (21)

La remontée automatique, sans conditions, dans les classes du premier cycle peuvent créer des lacunes qui s'agrandissent d'une classe à une autre pour devenir des difficultés et des obstacles.

V. APPROCHE ÉLÈVE

A part les méthodes d'enseignement, le savoir enseigné et le système scolaire qui influent sur la réussite ou sur l'échec, il y a aussi des facteurs qui sont dus à l'élève lui-même dont les plus importants sont la motivation, son héritage culturel, sa liaison affective avec les mathématiques et son intelligence.

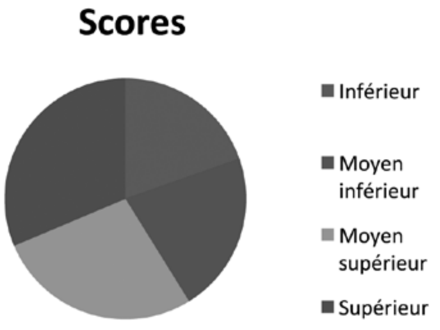
5.1. Motivation

L'élève est parfois inquiet par rapport à ce qu'on attend de lui ou par l'effort que l'enseignement va lui demander. Il ne s'implique pas suffisamment dans les apprentissages et l'une des raisons de cette attitude est le manque de motivation. Britt-Mari Barth dit bien que ce manque est un grand obstacle à l'apprentissage. Il existe deux catégories de motivation. Dans la première, l'élève travaille pour obtenir de bonnes notes afin d'obtenir une récompense, de faire plaisir à ses parents, à ses enseignants. C'est une motivation « extrinsèque ». Dans la seconde, appelée « intrinsèque », les comportements sont motivés en vertu de l'intérêt et du plaisir que l'élève trouve dans son étude. (12)

Comme le manque de motivation constitue un obstacle à l'acquisition des concepts, l'enseignant doit tenir compte de cela. Il pourra récompenser en ajoutant des points, encourager l'él**ève à travailler afin d'obtenir de meilleures notes et par suite faire plaisir aux parents ou aussi à avoir du plaisir soi-même en résolvant correctement un problème. L'enseignant ne doit jamais dire à l'élève qu'il est très faible** et qu'il ne comprend rien en mathématiques, ni d'écrire sur sa copie des mots comme « horreur », « erreur fatale »… Par contre il doit l'encourager tout en essayant de lui poser de simples questions (au début) puis de lui dire qu'il pourra aboutir en faisant un peu d'effort supplémentaire.

5.2. Héritage culturel

Il est important de savoir si le score moyen dépend de l'origine sociale. L'enquête de l'IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement (23) a confirmé cette dépendance. Les élèves ont été classés en quatre catégories socio-professionnelles **: inférieure, moyen inférieure, moyen supérieure et supérieure. Le score a donné le résultat suivant (**cinquante pays) :



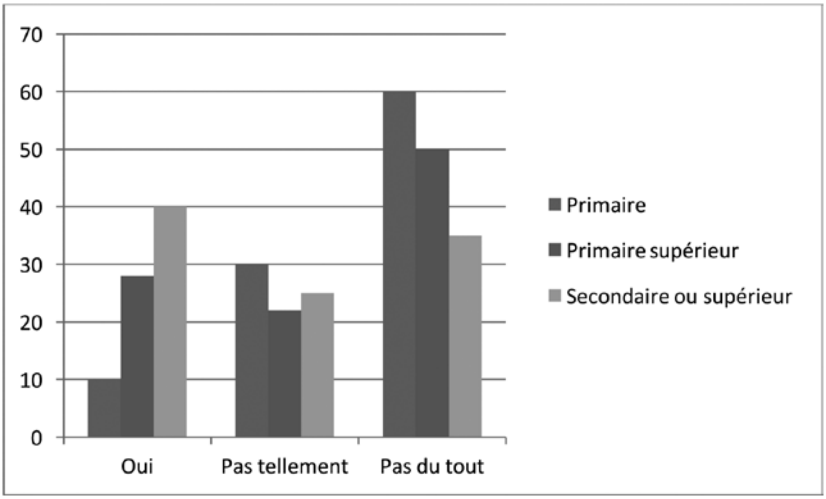
	Scores
Inférieur	20
Moyen inférieur	22
Moyen supérieur	28
Supérieur	32

Il est clair que ce sont presque partout que les catégories supérieures qui fournissent les meilleurs résultats. Une interprétation est que les parents instruits aident directement leurs enfants en leur faisant profiter des connaissances mathématiques qu'ils ont eux-mêmes acquises. Un sondage effectué auprès de quatre écoles (deux privées et deux publiques) le vérifie : A la question « suivez-vous en mathématiques le travail de vos enfants ? » on a obtenu les réponses suivantes, en pourcentage **:**

Niveau d'études du parent	Oui	Pas tellement	Pas du tout
Primaire	10	30	60
Primaire supérieur	28	22	50
Secondaire ou supérieur	40	25	35

On remarque que la réussite de l'élève est fortement corrélée à la durée d'études du parent.

Même à l'université, si le parent est médecin, ingénieur ou cadre supérieur, il y a une assez forte probabilité que son enfant s'inscrive dans la même spécialité.
On pourra aussi faire intervenir l'existence des cours particuliers qui sont plus répandus dans les catégories privilégiées. (Ici le facteur revenu est plus important que le facteur éducation).



5.3. Intelligence

L'intelligence joue un certain rôle dans la réussite en mathématiques. Or, on sait que l'intelligence mesurée par les tests dépend aussi de l'origine sociale de l'élève. Les enfants des cadres supérieurs ont un quotient intellectuel moyen de 112 et les enfants des manœuvres un Q.I de 93. (24)

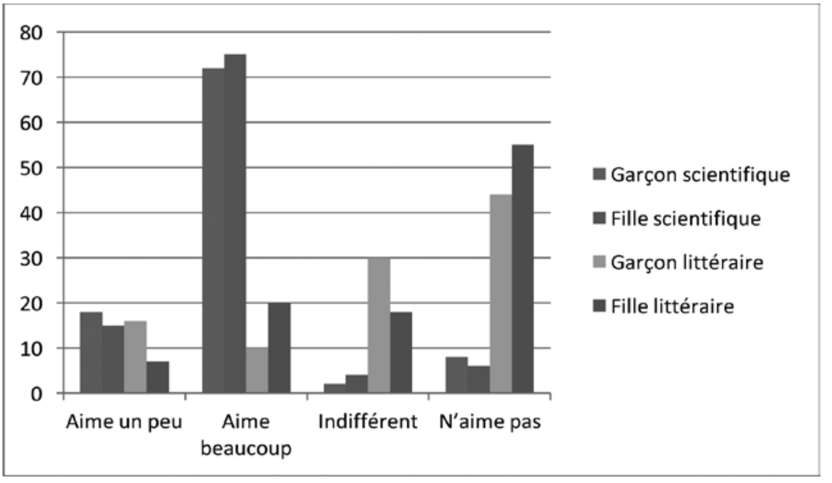
On sait que l'intelligence est innée à 20% et acquise à 80% (avec plus ou moins de variété selon les références). « L'intelligence innée reflète une conception selon laquelle chacun naîtrait avec un certain potentiel d'intelligence qui pourrait se développer ». Ainsi l'enseignant des petites classes pourra être formé pour aider l'élève, grâce aux interactions, à développer son intelligence afin d'avoir une meilleure réussite scolaire et plus particulièrement une meilleure réussite en mathématiques.

5.4 Affectivité et mathématiques

On sait qu'il y a une liaison étroite entre les aptitudes de l'élève et ses attitudes par rapport à l'enseignant et par rapport à la matière enseignée. Pas mal d'étudiants universitaires ont dit qu'ils n'ont jamais aimé les math et n'aimeraient jamais les travailler. La liaison est étroite aussi entre « aimer l'enseignant de math » et « aimer les math ».

A la question « vous aimez ou non les math ? » adressée aux élèves de deux écoles, une privée et une publique, nous avons obtenu les réponses suivantes en pourcentage :

	Aime un peu	Aime beaucoup	Indifférent	N'aime pas
Garçon scientifique	18	72	2	8
Fille scientifique	15	75	4	6
Garçon littéraire	16	10	30	44
Fille littéraire	7	20	18	55



Il est vrai que les « scientifiques » aiment plus les mathématiques que les « littéraires », mais une proportion importante des garçons « littéraires » manifeste son indifférence envers les mathématiques et ils sont ceux qui ont déclaré le plus cette indifférence (30%). Les filles littéraires éprouvent des sentiments moins négatifs que de la part des garçons littéraires.

L'approche du problème affectif consiste en la construction d'une variable mesurable, à partir de la construction de certaines échelles, qui est l'intérêt pour les mathématiques.

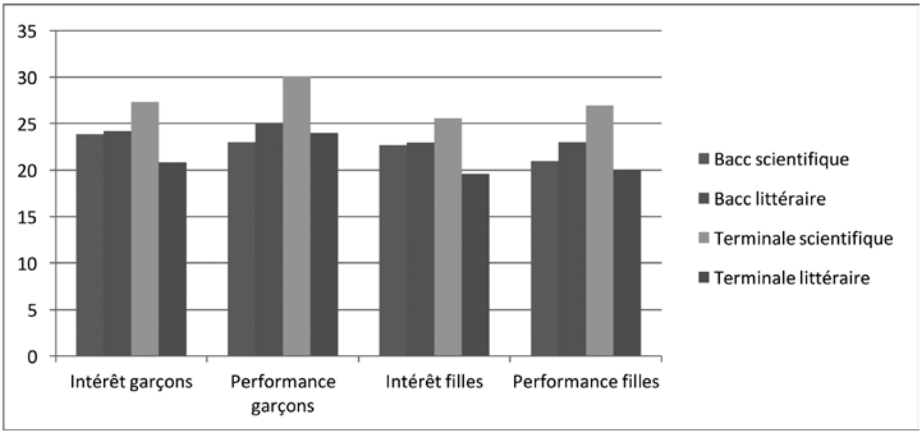
Le tableau suivant effectué auprès de deux écoles, une école publique et une école privée, nous permet de calculer la corrélation entre l'intérêt (score sur 40) et la performance (score sur 40).

	Performance garçons	Intérêt garçons	Performance filles	Intérêt filles
Bacc scientifique	23	23,88	21	22,72
Bacc littéraire	25	24,20	23	22,96
Terminale scientifique	30	27,32	27	25,60
Terminale littéraire	24	20,84	20	19,60

On remarque aisément que les garçons ont obtenu dans ces deux écoles presque un peu plus de meilleures performances que les filles. Mais cette information n'est pas prolongeable à tous les établissements éducatifs. Dans pas mal d'universités les filles dépassent les garçons en ce qui concerne les performances et les intérêts pour les mathématiques.

Les corrélations entre l'intérêt pour les mathématiques et la performance sont de 0,81 pour les garçons et 0,91 pour les filles.
Aiken a montré que la réussite en mathématiques est d'autant plus grande que

l’intérêt a été acquis plus tôt. Il est souhaitable alors de faire acquérir le plaisir de travailler les math à partir des petites classes.



On voit bien que le plaisir de travailler les math est bien corrélé à la performance et donc à la réussite. Les enseignants peuvent-ils développer ce plaisir chez leurs élèves à partir de leur expérience, de leur formation et de leurs méthodes d’enseignement ?

CONCLUSION

Les principales causes d’échec en mathématiques sont les suivantes :

- La mal acquisition des concepts conduit parfois l’élève à abandonner à étudier. Les mathématiques ne sont pas un ensemble de règles et d’écritures à retenir par cœur. Il s’agit alors pour les enseignants d’utiliser des méthodes d’enseignement pour faire comprendre les mathématiques et d’essayer autant que possible d’utiliser des informations prises de la vie courante et par conséquent réduire au mieux l’abstraction plus particulièrement pour les élèves qui trouvent cette abstraction difficile à acquérir.
- Les méthodes erronées de travail : Pas mal d’élèves et d’étudiants universitaires ne commencent à travailler que quelques jours seulement avant les examens. Comme il s’agit d’une connaissance cumulative, il faut travailler régulièrement sinon il y aurait une certaine confusion entre les idées étudiées.
- Les efforts insuffisants : Les changements de programmes en mathématiques et les classes surchargées font que les enseignants ne peuvent plus consacrer le temps nécessaire à chaque concept pour en faire tous les exercices exigés. Il s’agit pour l’élève de diversifier les situations-problèmes. La réussite est une question de travail, d’efforts, de pratique et

de persévérance (comme dans une école de danse, de musique, de langues étrangères, ...).

- Les manques de motivation, de confiance et d'attachement à la matière sont des éléments qui nuisent à la réussite en mathématiques. L'enseignant pourrait-t-il aider l'élève à être motivé, à avoir confiance en lui-même et à aimer la matière ?

Il est impossible qu'il y ait un enseignement sans erreurs vu les perceptions différentes des élèves. Notre tâche consiste à analyser chaque erreur pour déterminer sa source. Il faut réserver le temps nécessaire pour la rectification de l'erreur en classe. L'erreur se reproduit automatiquement quand on ne construit pas les savoirs avec les élèves. L'erreur devrait mettre les élèves sur la bonne voie pour acquérir l'esprit scientifique et être capable de résoudre correctement les exercices.

Les erreurs les plus fréquentes peuvent provenir de l'incompréhension de l'énoncé. Des considérations méta langagières peuvent être introduites dans l'enseignement. Pour que l'élève puisse résoudre un exercice ou un problème, il faut que l'enseignant puisse donner des explications du type langagier et expliciter les spécificités du langage mathématique. Si l'élève ne comprend pas ou comprend mal l'énoncé d'un problème, il ne peut pas le résoudre. La capacité d'analyser l'énoncé d'un problème n'est pas innée chez les élèves à cent pour cent mais elle peut se développer à l'aide de l'enseignant qui choisit bien ses questions de façon à atteindre ce but. Si après cela l'élève apprend comment lire l'énoncé et comment le déchiffrer pour sélectionner les informations pertinentes, et s'il apprend que chaque mot peut être utile pour la solution, alors cet élève pourra aboutir facilement à la résolution de l'exercice.

Les règles du contrat didactique sont, elles aussi, source d'erreurs. Par exemple, l'élève pense qu'il faut utiliser la dernière idée expliquée en classe pour résoudre un exercice ou bien qu'il faut utiliser toutes les données de l'exercice. Dans la question « quel est l'âge de la maîtresse s'il y a dans la classe 14 filles et 18 garçons ? », il ne comprendra pas que le nombre de filles et de garçons sont inutiles à la réponse. Dans ce cas l'intervention de l'enseignant est nécessaire. Par ailleurs, l'élève utilise les mots indices appelés inducteurs : s'il y a dans l'énoncé le mot « plus » ou le mot « gain », il additionne. Cela provient peut être d'un enseignement par recettes. Donner des recettes aux élèves peut les induire en erreur et il y aura sans doute un avancement vers l'échec. Il s'agit de suivre les objectifs généraux des mathématiques. L'élève doit apprendre à bien dégager les informations nécessaires pour résoudre les exercices et faire face à toutes les situations même si elles sont nouvelles. Sans doute la tâche de l'enseignant ne sera pas simple. Notons que le recours à des recettes a ses avantages puisqu'il est utile pour visualiser des techniques et pour mémoriser des savoir-faire.

De plus, quand l'élève utilise des conceptions erronées, comme par exemple lorsqu'il met au carré une expression et non une égalité, c'est qu'il n'a pas bien acquis les limites de la règle qu'il applique ; dans ce cas, c'est le rôle de l'enseignant de bien clarifier les limites des règles enseignées, de créer des situations ou des exercices permettant de voir si l'on peut ou non appliquer la règle donnée.

Il est clair que la formation continue des enseignants joue un rôle essentiel car elle leur fournit en permanence des outils pédagogiques pour assurer un apprentissage avec un minimum d'erreurs. Le taux d'échec en mathématiques peut être réduit si l'enseignant des classes complémentaires, secondaires ou universitaires est conscient de la façon dont les élèves ont acquis la notion expliquée, s'il construit un relevé d'erreurs de principe commises, communes ou individuelles (voir par exemple annexe 3), et cela en les laissant s'exprimer librement ou en faisant des questionnaires diagnostics, et si, enfin, il fait participer les élèves pour qu'ils découvrent eux-mêmes leurs fautes et qu'ils apprennent à les éviter. On pourra alors améliorer les notes dans les examens sommatifs.

Il est clair aussi que, plus l'enseignant se comporte de façon que l'élève l'apprécie davantage et apprécie sa matière, plus l'élève sera motivé davantage à consacrer le temps nécessaire pour mieux comprendre la matière et pour mieux produire dans les interrogations. Donc il est trivial que l'enseignant doit s'efforcer à faire aimer la matière qu'il enseigne (malgré les programmes surchargés), à en tirer toutes les conséquences et à mettre en œuvre pas mal de moyens d'enseignement et de techniques d'évaluation.

Peut-on arriver à créer un site qui renfermerait et expliquerait les erreurs commises par les élèves pour chaque savoir enseigné ? Est-ce utile de le faire pour réduire le taux d'échec en mathématiques ? Ou, au moins si chaque élève, avec ou sans l'aide de l'enseignant, dressait la liste de ses propres erreurs pour essayer de les éviter dans le futur, dans ce cas, les lacunes ne s'aggraveraient pas d'une année à une autre et, peut-être, le pourcentage de réussite s'améliorerait d'un cycle à l'autre.

RÉFÉRENCES :

1) Reuchlin et Bacher : L'orientation de fin de 1er cycle PUF 1969.

2) Beauvais : Les mauvais élèves. PUF 1970.

3) Baruk.S : Echec et math PUF 1973.

4) Linville : The effects of syntax and vocabulary upon the difficulty of verbal arithmetic problems with 4 grade students.

5 Bruston.M : Surmonter l'échec en mathématique 1984.

6) Bélanger. M : Les erreurs langagières en mathématiques 1984.

7) De Serres et Groleau : Difficultés langagières en math 1997.

8) Clément : Translation difficulties in learning mathematics. 1981.

9) Adda.J : Incompréhension en mathématiques. 1975.

10) Piaget.J : Psychologie de l'intelligence .1948.

11) Decaux. Sabine : Le passage à l'abstraction en mathématiques.

12) B.M.Barth : Le savoir en construction. Paris 1993.

13) Blouin. Yves : Eduquer à la réussite en math.1987.

14) Poulet.Francis : Echec en math 1999.

15) Brissiaud.Rémi : Pédagogie du nombre chez les enfants en PS.

16) Vergnaud G : Didactique des math.

17) Vergnaud G : Les compétences.

18) Crame : Stratégies d'apprentissage. Université de Bordeaux.

19) Brousseau.G : Le contrat didactique 1980.

20) Chevallard. Y : Petit x numéro 5. Irem de Grenoble 1985.

21) Claire Polin : contact@e.soseducation.org

22) Aiken : Interest correlates of attitude towards mathematics.1963.

23) IEA : www.iea.nl/timms-2015-results

24) TORT : Le quotient intellectuel. Maspero. 1974.

25) Jacques Nimier : Mathématiques et affectivité. 1976.

BIBLIOGRAPHIE :

- Bachelard. G : La formation de l'esprit scientifique (1938).
- Brousseau.G : La transposition didactique. (1998).
- Sfard. A : On the dual nature of mathematical conceptions (1991).
- Douady. R : Jeux de cadre et dialectique outil-objet.1986.
- Beauvais : Les mauvais élèves. PUF 1970.
- Bloom : Taxonomie des objectifs pédagogiques.1969.
- Brauner : Recherches sur le pré-calcul E.S.F. 1970.
- Longeot : Pédagogie des mathématiques. 1968.
- Mialaret : Apprentissage des mathématiques. 1967.
- Nuttin : Tâche, réussite et échec. Erasme. 1953.
- Richard : Attention et apprentissage. PUF 1974.

Annexe1 : GRILLE NATIONALE D'ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES ET EN SCIENCES PHYSIQUES ET CHIMIQUES

NOM et Prénom :	Diplôme préparé :	Séquence d'évaluation[1] n°

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	
Connaissances	
Attitudes	

2. Évaluation[2]

Compétences[3]	**Capacités**	**Questions**	**Appréciation du niveau d'acquisition[4]**
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.		
Analyser Raisonner	Émettre une conjecture, une hypothèse. Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.		
Réaliser	Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.		
Valider	Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. Critiquer un résultat, argumenter.		
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.		
			/ 10

Annexe 2 : Tableau de compétences en EB9

Domaines	Compétences
Activités numériques et algébriques	1.1 Produire différentes écritures d’un nombre. 1.2 Comparer et contraster les propriétés des nombres. 1.3 Effectuer différents types de calcul (calcul numérique exact ou approché, avec ou sans calculatrice, calcul algébrique.) 1.4 Résoudre des équations et des inéquations.
Activités géométriques	2.1 Construire des figures géométriques sous certaines contraintes. 2.2 Comprendre, comparer et contraster les propriétés des figures géométriques. 2.3 Utiliser les propriétés données d’une figure géométrique pour inférer et justifier d’autres propriétés. 2.4 Comprendre les caractéristiques des vecteurs du plan et les utiliser dans différentes situations. 2.5 Utiliser le repérage pour caractériser analytiquement certaines propriétés et relations de figures géométriques.
Résolution de problèmes et Communication	3.1 Sélectionner des informations pertinentes, présentées sous diverses formes. 3.2 Passer d’un mode de représentation d’une situation à une autre. 3.3 Expliquer ses démarches, valider et interpréter des résultats. 3.4 Mener différents types de raisonnement pour faire des démonstrations. 3.5 Reconnaître la proportionnalité dans des situations et mener un raisonnement proportionnel. 3.6 Faire des conjectures et vérifier.

Annexe 3 : Relevé de quelques erreurs identifiées à plusieurs niveaux

- $\frac{x+2}{y+2} = \frac{x}{y}$.
- $(-x)^2 = -x^2$.
- $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.
- $(2x)^2 = 2x^2$.
- $(x-4)^2 = (x-4)(x+4)$.
- $x(x-2) = 3$ alors $x=3$ ou $x-2 =3$.
- $2^4 = 16 = \frac{16}{4} = 4 = \frac{4}{4} = 1$.
- $\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$.
- $\ln x = -1$ alors $x = -e$.
- $\ln(\sqrt{6} - 1) = \ln(\sqrt{6}) - \ln 1$.
- $\ln(a-b).\ln(a+b) = \ln a^2 - \ln b^2$.
- $(\infty).(0) = \infty$ ou 0.
- $\ln(u)' = \ln u'$.
- $\ln C = \ln A + \ln B$ équivaut à $C = A + B$.
- $e^A = e^B + e^C$ alors $A= B + C$.